

## Tantárgyleírás

**tantárgy:** *Mérték- és integrálelmélet előadás*

**szak:** matematika tanár

**tagozat:** nappali

**előtanulmány:** matematikai analízis I–III.

**értékelés:** kollokvium

**oktató:** Dr. Tómacs Tibor

**e-mail:** [tomacs.tibor@uni-eszterhazy.hu](mailto:tomacs.tibor@uni-eszterhazy.hu)

**weblap:** <https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok.html>

### Az oktatás tervezett ütemezése

1. hét: Bevezetés. A valós számok bővített halmaza (rendezés, műveletek, abszolút érték, intervallumok).
2. hét: Mértéktér (mérhető tér és tulajdonságai, mértéktér, teljes mértéktér, additivitás, monotonitás, szubadditivitás, folytonosság).
3. hét: Külső mérték (definíció, tulajdonságai, külső mérték szerinti mérhetőség, teljes mértéktér generálása külső mértékből).
4. hét: Halmazfüggvényhez tartozó külső mérték és tulajdonságai, premérték.
5. hét: Lebesgue-mérték (definíció, korlátos intervallumok illetve megszámlálható halmazok Lebesgue-mérhetősége, Cantor-féle triadikus halmaz, Vitali-féle halmaz).
6. hét: Nyílt halmazok struktúrája, Borel-mérhető halmazok.
7. hét: Mérhető függvények (definíció, generált  $\sigma$ -algebra, Borel-mérhető függvény, folytonosság és kapcsolata a Borel-mérhetőséggel, összetett függvény és többváltozós függvények mérhetősége, a mérhetőség ekvivalens megfogalmazásai).
8. hét: Mérhető függvények sorozatai (majdnem mindenütt teljesülő tulajdonság fogalma, határfüggvény mérhetősége, mértékben vett konvergencia, Lebesgue-tétel, Riesz-féle kiválasztási tétel, approximációs tétel).
9. hét: Nemnegatív mérhető függvények integrálja (definíció, halmaz feletti integrál, monotonitás, Csebisev-egyenlőtlenség, pozitív homogenitás, egyéb tulajdonságok, additivitás, monoton konvergencia tétel).
10. hét: Integrálható függvények (függvény pozitív illetve negatív része, integrál definíciója, halmaz feletti integrál, homogenitás, additivitás, majoráns kritérium, halmazok feletti additivitás, Lebesgue majorált konvergencia tétele).
11. hét: Lebesgue-integrál (Lebesgue-kritérium, Riemann és Lebesgue-integrál kapcsolata).
12. hét: Mértékterek szorzata (definíció, két- és háromdimenziós Lebesgue-mérték definíciója). Mértékek deriváltja (abszolút folytonosság, Radon–Nikodym-tétel).

Minden tananyaghoz videót készítettem, melyeket itt találhatnak meg:

<https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tavoktatas.html>

## Kötelező irodalom

TÓMÁCS TIBOR: *Mérték- és integrálmélet előadás anyaga*

URL: [https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet\\_eloadas.pdf](https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet_eloadas.pdf)

## Ajánlott irodalom

TÓMÁCS TIBOR: *Mérték és integrál*

URL: <https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet.pdf>

JÁRAI ANTAL: *Mérték és integrál*, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2002.

PAUL R. HALMOS: *Mértékelmélet*, Gondolat, 1984.

## Értékelés módja

Ha a járvány miatt online kell vizsgázni, akkor annak mikéntjéről időben értesíték mindenkit. Normál esetben a vizsga kezdetén ezekből a tételből kell kihúzni egyet:

[https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet\\_tetelsor.pdf](https://tomacstibor.uni-eszterhazy.hu/tananyagok/Mertekelmélet_tetelsor.pdf)

20-30 perces felkészülés után szóban kell felelni, melynek végén felteszek néhány kérdést más tételből is.